

Desenvolvimento de uma balança virtual para fins didáticos: Estudo da resposta a estímulos de uma balança de laboratório

Davi Quintão¹, Fábio L Cacais¹, Victor M Loayza¹

¹ Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia – Inmetro, Duque de Caxias, RJ

E-mail: dnquintao@inmetro.gov.br

Resumo: O projeto Balança Virtual tem como objetivo criar um software capaz de simular uma balança analítica e a interação com o usuário por meio de uma interface gráfica. Este artigo apresenta os modelos matemáticos que relacionam a indicação da balança ao erro de excentricidade e ao amortecimento do sistema do prato de pesagem, a partir da realização de ensaios de pesagem em uma balança de alta exatidão, além da validação dos resultados através da comparação do modelo com dados experimentais. Os modelos obtidos estão compatíveis com a resolução de uma balança analítica com resolução de 0,1 mg.

Palavras-chave: balança virtual, modelos matemáticos, balança analítica.

Abstract: The aim of the Virtual Balance project is developing software capable of simulating an analytical balance and its interaction with the user by means of a graphical interface. This work shows the mathematical models that relate the balance indication to the eccentricity error and to the damping of the weighing pan system from weighing data acquired from a high accuracy balance. Also it is shown the validation of results by comparing the model output with experimental data. The obtained models are compatible with an analytical balance with resolution of 0,1 mg.

Keywords: virtual balance, mathematical models, analytical balance.

1. INTRODUÇÃO

O ensino de metrologia, que é executado em vários níveis educacionais (técnico, graduação e pós-graduação), se destina a formação de corpo técnico especializado nas atividades de promoção da garantia da confiabilidade metrológica.

O conteúdo pedagógico relativo ao ensino de metrologia é estruturado de tal forma que o conhecimento conceitual teórico é fixado a partir das realizações práticas de medições (ensaio [1] ou calibração [2]).

A execução de atividades práticas de medição necessita uma infraestrutura, que conte com instrumentos de medição, tais como paquímetros, micrometros, balanças, multímetros, termômetros, e que requer um alto investimento financeiro.

A fim de reduzir os custos com o ensino, o Laboratório de Massa do Inmetro (Lamas) desenvolve o projeto Balança Virtual que tem como objetivo criar um ambiente virtual (software), que interaja com o usuário por meio de uma interface gráfica, e que seja capaz de simular o comportamento de uma balança

analítica durante as medições sob diferentes condições operacionais.

O projeto está dividido em três etapas: modelagem matemática do comportamento da balança, interface gráfica interativa e utilização. Dentre as atividades da primeira etapa está o desenvolvimento de um modelo matemático para simular a indicação de uma balança analítica [3], em função de parâmetros físicos e ambientais.

Nesta etapa do trabalho, foram escolhidos os parâmetros erro de excentricidade [4] e amortecimento [5] devido aos efeitos acarretados, comum a ambos, de variação da indicação da balança e de aumento da dispersão dos resultados de pesagem, respectivamente, pela colocação excêntrica de um padrão de massa, que gera uma indicação diferente da pesagem no centro do prato de pesagem, e pela força de aplicação de um padrão de massa sobre o prato da balança, que pode variar de intensidade mesmo em um sistema automático [6]. Logo, um modelo da indicação da balança que considere os efeitos de excentricidade e de amortecimento poderia ser utilizado para prever não apenas resultados de pesagem (média) como também a dispersão dos resultados.

Assim, neste trabalho será realizado o desenvolvimento dos modelos matemáticos da indicação da balança, a partir da realização de ensaios de pesagem em um comparador de massa de alta exatidão [7], e a validação destes modelos por comparação dos resultados dos modelos com os resultados de pesagens na balança. A comparação será avaliada a partir do erro normalizado [8] e os parâmetros de dispersão serão as resoluções de balanças analíticas.

2. METODOLOGIA EXPERIMENTAL

As pesagens realizadas para determinação dos modelos matemáticos foram executadas em uma balança ultramicro Sartorius CCE6 [9] com capacidade máxima de 6 g e resolução de 0,1 μg

(figura 1). Esta balança, que funciona pelo princípio de compensação eletromagnética de força [10], foi escolhida porque dentre todas as balanças analíticas é a que apresenta maior número de divisões [11] e, portanto é a mais sensível a fatores de influência nas pesagens.



Figura 1. Balança Sartorius CCE6.

O ensaio de excentricidade foi realizado pela aplicação de um peso-padrão de 5 g em cinco posições distintas do prato de pesagem (figura 2), a escolha deste peso foi considerada por possuir uma carga próxima à capacidade máxima da balança e assim, seu uso intensifica o efeito de excentricidade.

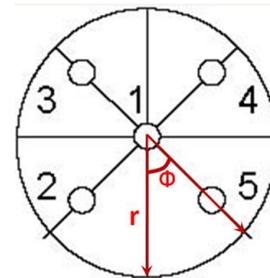


Figura 2. Esquema do prato de pesagem para o teste de excentricidade.

O ensaio para determinação do efeito de amortecimento foi executado pela pesagem de um peso-padrão de 50 mg, que foi escolhido por esta carga não intensificar o efeito de excentricidade.

3. MODELOS MATEMÁTICOS

O modelo da indicação considerando o efeito de excentricidade foi determinado em função da

distância em relação ao centro do prato (r) e do ângulo radial (ϕ) definido na figura 2. Este modelo (equação 1) foi escolhido por poder representar a distribuição do erro de excentricidade na área do prato da balança (figura 3).

$$I = a_0 + a_1 r + a_2 \phi \quad (1)$$

onde,

a_n = constante

r = raio do prato de pesagem

ϕ = ângulo radial

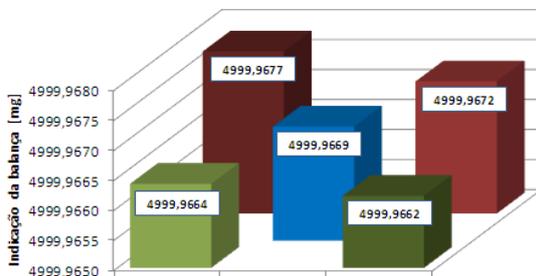


Figura 3. Resposta do teste de excentricidade.

O modelo da indicação relativo ao efeito do amortecimento foi determinado pelas definições do tipo de amortecimento [12], a partir do gráfico temporal dos dados registrados (figura 4), e da curva teórica geral (equação 2). A equação 2 apresenta o modelo da indicação para o amortecimento:

$$y(t) = A \left(1 + \frac{1}{\beta} e^{-\zeta \omega_n t} \text{sen}(\beta \omega_n t + \varphi) \right) \quad (2)$$

onde:

t = tempo em segundos

A = amplitude em miligramas

ω_n = frequência natural em hertz

ζ = amortecimento

$$\beta = \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\varphi = \arctan(\beta/\zeta)$$

$$0 < \zeta < 1$$

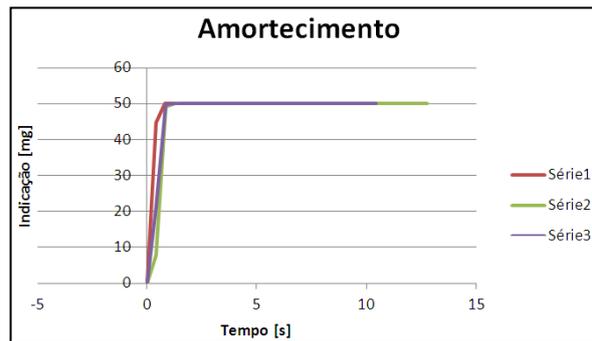


Figura 4. Variação da indicação durante a aplicação da carga.

4. RESULTADOS

Os valores dos parâmetros a_0 , a_1 e a_2 foram determinados como a média das distribuições de probabilidade obtidas pela aplicação do método de Monte Carlo [13] à solução dos Mínimos Quadrados [14] do ajuste da equação 1 aos valores experimentais de I , r e ϕ . Os valores dos parâmetros e distribuições de probabilidade estão apresentados na tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros e distribuição de probabilidade para o modelo de excentricidade.

| Parâmetro | Distribuição | Média | Desvio Padrão |
|-----------|--------------|-----------|---------------|
| a_0 | Normal | 4999,9669 | 0,0001 |
| a_1 | Normal | 0,0 | 0,00003 |
| a_2 | Normal | 0,0 | 0,00003 |

No modelo da indicação do amortecimento, devido à não linearidade, a estimativa dos parâmetros ξ , ω_h e A foi realizada iterativamente pela minimização da média da distribuição de probabilidade do somatório do quadrado dos erros, entre os valores de indicação medidos e o valor da equação. A distribuição de probabilidade associada aos parâmetros foi determinada a partir do conjunto de valores ótimos entre todas as estimativas obtidas dos parâmetros. A tabela 2 apresenta os valores obtidos para os parâmetros ξ , ω_h e A .

Tabela 2. Parâmetros e distribuição de probabilidade para o modelo de amortecimento.

| Parâmetro | Distribuição | Média | Fator de escala |
|------------|----------------|--------|-----------------|
| ξ | Logística | 0,7797 | 0,0135 |
| ω_h | Extremo Máximo | 3,5775 | 0,0843 |
| A | Logística | 50,011 | 0,176 |

A tabela 3 apresenta a comparação, das indicações obtidas experimentalmente e simuladas pelo modelo, através do erro normalizado (E_n).

Tabela 3. Comparação das indicações por E_n .

| Indicação [mg] | Incerteza indicação [mg] | Simulação [mg] | Incerteza simulação [mg] | E_n |
|----------------|--------------------------|----------------|--------------------------|-------|
| 49,9921 | 0,0010 | 50,0990 | 0,1200 | 0,9 |
| 4999,9669 | 0,0006 | 4999,9970 | 0,0001 | 0,09 |

5. CONCLUSÕES

A partir da análise do E_n , observa-se que as equações obtidas para o modelo de excentricidade e para o modelo do amortecimento representam adequadamente uma balança analítica com resolução de 0,1 mg.

6. REFERÊNCIAS

- [1] Avaliação de conformidade — Vocabulário e princípios gerais. ABNT NBR ISO/IEC 17000:2005.
- [2] Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos fundamentais e gerais de termos associados (VIM 2012). Duque de Caxias, RJ: INMETRO, 2012, 1ª Edição Luso-Brasileira.
- [3] F. E. Jones, R. M. Schoonover, “Handbook of mass measurement”, Ch. 8, CRC PRESS, Flórida, 2002.

[4] EURAMET, “Guidelines on the Calibration of Non-Automatic Weighing Instruments”, calibration guide cg-18, version 3.0, (03/2011).

[5] M. Kochsiek, M. Gläser, “Comprehensive Mass Metrology”, WILEY-VCH, Berlin, 2000.

[6] M. Borys, R. Schwartz, A. Reichmuth, R. Nater, “Fundamentals of Mass Determination”, Springer-Verlag, Berlin, 2012.

[7] S. V. Gupta, “Mass Metrology”, Springer-Verlag, Berlin, 2012.

[8] Steele A. G., Douglas R. J, “Extending E_n for measurement science”, *Metrologia*, vol. **43**, pp. 235-243, 2006.

[9] Sartorius, “Operating instructions Sartorius CCE6 Eletronic mass comparators”, Goettingen, 2011.

[10] Gläser M. and Borys M, “Precision mass measurements”, *Rep. Prog. Phys.*, vol. **72**, 2009.

[11] OIML R 76, “Non-automatic weighing instruments, Part 1: Metrological and technical requirements - Tests”, Edition 2004.

[12] Disponível em http://www.mspc.eng.br/contr/ctrl_0220.shtml. Acesso em: 31.08.2015.

[13] BIPM, 2008 Propagation of Distributions using a Monte Carlo Method (Sèvres: Bureau International des Poids et Mesures).

[14] L. Nielsen, “Least-squares estimation using Lagrange multipliers”, *Metrologia*, vol. **35**, pp. 115-118, 1998.

AGRADECIMENTOS

Programa de bolsas Pronametro.