Coeficientes de sensibilidade para umidade relativa a partir da temperatura de ponto de orvalho ou da temperatura de bulbo úmido

Sensitivity coefficients for relative humidity from the dew-point temperature or from the wet-bulb temperature

Júlio D. Brionizio [1]

[1] Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (Inmetro)

E-mail: jdbrionizio@inmetro.gov.br

Resumo: Muitos sistemas de calibração de sensores de umidade relativa utilizam como padrão um higrômetro de ponto de orvalho ou um psicrômetro aspirado. Assim, várias fontes de incerteza possuem unidades distintas daquela da estimativa de saída, o que gera a necessidade de coeficientes de sensibilidade. Este trabalho tem por objetivo apresentar os coeficientes de sensibilidade para a umidade relativa quando obtida por meio da temperatura de ponto de orvalho ou da temperatura de bulbo úmido.

Palavras-chave: Coeficientes de sensibilidade; umidade relativa; temperatura de ponto de orvalho; temperatura de bulbo úmido.

Abstract: Many calibration systems of relative humidity sensors use as standard a dew-point hygrometer or an aspirated psychrometer. So, several sources of uncertainty have different unities from that of the output estimate, which creates the need for sensitivity coefficients. The aim of this work is to present sensitivity coefficients for relative humidity when estimated from the dew-point temperature or from the wet-bulb temperature.

Keywords: Sensitivity coefficients; relative humidity; dew-point temperature; wet-bulb temperature.

1. INTRODUÇÃO

A calibração de um sensor de umidade relativa é geralmente feita em um ambiente com umidade e temperatura uniformes e estáveis (numa câmara climática, por exemplo), onde as medições do instrumento e do padrão são comparadas.

Muitos sistemas de calibração de higrômetros utilizam como padrão um higrômetro de ponto de orvalho ou um psicrômetro aspirado, sendo então a umidade relativa de referência determinada por meio da temperatura de ponto de orvalho ou da temperatura de bulbo úmido (dependendo do padrão), da temperatura e da pressão atmosférica. Consequentemente, diversas fontes de incerteza possuem unidades distintas daquela da estimativa de saída (umidade relativa).

A forma como a estimativa de saída varia com alterações no valor de certa estimativa de entrada é denominado coeficiente de sensibilidade, que é calculado por meio da derivada parcial da função da estimativa de saída em relação à grandeza de entrada. Este trabalho tem por objetivo apresentar os coeficientes de sensibilidade para a umidade relativa quando obtida por meio da temperatura de ponto de orvalho ou da temperatura de bulbo úmido.

2. EQUAÇÕES

2.1. Pressão de saturação do vapor d´água

Pressão máxima que o vapor d'água pode exercer no gás úmido em uma determinada temperatura. A pressão de saturação do vapor d'água p_{sv} (em Pa) pode ser calculada (em função da temperatura T em K) por meio da equação de Sonntag [1]:

$$\ln(p_{sv}) = \sum_{i=1}^{4} \phi_i (T)^{i-2} + \phi_5 \ln(T) \quad (1)$$

Onde,

Tabela 1. Coeficientes da eq. (1)

	Água	*Gelo*
ϕ_1	-6096,9385	-6024,5282
ϕ_2	21,2409642	29,32707
ϕ_3	$-2{,}711193\times10^{-2}$	$1{,}0613868\times10^{-2}$
ϕ_4	$1{,}673952\times10^{-5}$	$-1{,}3198825\times10^{-5}$
ϕ_5	2,433502	-0,49382577

2.2. Fator de intensificação do vapor d´água

Fator pelo qual a pressão de saturação do vapor d'água na forma pura é multiplicada para se obter a pressão de saturação real do vapor que leva em consideração a presença de outros gases e a pressão total do gás. O fator de intensificação do vapor d'água f no ar pode ser calculado por meio da seguinte equação para a faixa de pressão atmosférica até 2 MPa (20 atm) [1]:

$$f = \exp\left[\alpha\left(1 - \frac{p_{sv}}{P}\right) + \beta\left(\frac{P}{p_{sv}} - 1\right)\right] \quad (2)$$

Onde, $\alpha = \sum_{i=1}^{4} A_i T^{(i-1)}$, $\beta = \exp \sum_{i=1}^{4} B_i T^{(i-1)}$, T é a temperatura em °C e P a pressão em Pa.

Os coeficientes A_i e B_i foram atualizados com base na Escala Internacional de Temperatura de 1990 (EIT-90) e estão disponíveis em [2].

2.3. Umidade relativa

Umidade relativa UR é a relação percentual entre a pressão parcial do vapor d'água p_v e a pressão de saturação do vapor d'água p_{sv} a mesma temperatura.

$$UR = 100\frac{p_v}{p_{sv}} \quad (3)$$

Considerando-se que a temperatura de ponto de orvalho T_d é a temperatura na qual a pressão de saturação do vapor d'água é igual à pressão parcial do vapor d'água na temperatura T, e levando-se em conta o fator de intensificação do vapor d'água para T_d e para T, para uma maior exatidão do cálculo de umidade relativa, a eq. (3) pode então ser rescrita da seguinte forma:

$$UR = 100\frac{p_d f_d}{p_t f_t} \quad (4)$$

Onde, para simplificação, os termos de (4) foram abreviados da seguinte forma: $p_d = p_{sv}(T_d)$; $p_t = p_{sv}(T)$; $f_d = f(P, T_d)$; e $f_t = f(P, T)$.

No caso da temperatura de bulbo úmido T_u, a pressão parcial do vapor d'água p_v é determinada por meio da seguinte equação [1]:

$$p_v = p_u - AP(T - T_u) \quad (5)$$

Onde, p_u é a pressão de saturação do vapor d'água em T_u e A é o coeficiente do psicrômetro.

Valores de A variam na faixa de $6{,}2\times10^{-4}$ ºC^{-1} a $6{,}8\times10^{-4}$ ºC^{-1} para diversos tipos de psicrômetro. Um valor usualmente utilizado é o de $6{,}66\times10^{-4}$ ºC^{-1}. Sonntag apresentou a seguinte fórmula para psicrômetros do tipo Assmann, baseado em dados experimentais com T_u até 25 ºC, e recomendou seu uso até T = 50 ºC [3]:

$$A = 6{,}53 \times 10^{-4}\left(1 + 0{,}000944 T_u\right) \quad (6)$$

Levando-se em conta a eq. (5) e o fator de intensificação do vapor d'água para T_u, a eq. (3) pode ser rescrita da seguinte forma:

$$UR = 100\,\frac{p_u f_u - AP\left(T - T_u\right)}{p_t f_t} \quad (7)$$

Onde, para simplificação, os termos de (7) foram abreviados da seguinte forma: $p_u = p_{sv}(T_u)$; $p_t = p_{sv}(T)$; $f_u = f(P, T_u)$; e $f_t = f(P, T)$.

3. COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE PARA *UR* A PARTIR DE T_d (EQ. 4)

3.1. Em relação a T

$$\frac{\partial UR}{\partial T} = -100\,\frac{p_d f_d}{p_t^2 f_t^2}\left(f_t \frac{dp_t}{dT} + p_t \frac{\partial f_t}{\partial T} \right) \quad (8)$$

Onde,

$$\frac{dp_t}{dT} = \left(\frac{-\phi_1}{T^2} + \phi_3 + 2\phi_4 T + \frac{\phi_5}{T} \right) \times \exp\left[\frac{\phi_1}{T} + \phi_2 + \phi_3 T + \phi_4 T^2 + \phi_5 \ln(T) \right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial f_t}{\partial T} = \left(\frac{d\alpha_t}{dT} p_t^2 P - \frac{d\alpha_t}{dT} p_t^3 - \alpha_t \frac{dp_t}{dT} p_t^2 + \frac{d\beta_t}{dT} \times P^2 p_t - \frac{d\beta_t}{dT} p_t^2 P - \beta_t P^2 \frac{dp_t}{dT} \right) \times \frac{1}{p_t^2 P} \exp\left[\left(P - p_t\right) \frac{\alpha_t p_t + \beta_t P}{p_t P} \right] \quad (10)$$

Sendo α_t e β_t os termos α e β calculados para T, com suas seguintes derivadas em relação a esta grandeza:

$$\frac{d\alpha_t}{dT} = A_2 + 2A_3 T + 3A_4 T^2 \quad (11)$$

$$\frac{d\beta_t}{dT} = \left(B_2 + 2B_3 T + 3B_4 T^2 \right) \times \exp\left(B_1 + B_2 T + B_3 T^2 + B_4 T^3 \right) \quad (12)$$

3.2. Em relação a T_d

$$\frac{\partial UR}{\partial T_d} = \frac{100}{p_t f_t}\left(f_d \frac{dp_d}{dT_d} + p_d \frac{\partial f_d}{\partial T_d} \right) \quad (13)$$

Onde,

- dp_d/dT_d equivale a (9), substituindo-se T por T_d;

- $\partial f_d/\partial T_d$ equivale a (10), porém com os cálculos realizados para T_d ao invés de T;

- $d\alpha_d/dT_d$ e $d\beta_d/dT_d$ equivalem, respectivamente, a (11) e (12), substituindo-se T por T_d.

3.3. Em relação a P

$$\frac{\partial UR}{\partial P} = -100\,\frac{p_d}{p_t f_t^2}\left(-f_t \frac{\partial f_d}{\partial P} + f_d \frac{\partial f_t}{\partial P} \right) \quad (14)$$

Onde,

$$\frac{\partial f_d}{\partial P} = \left(\frac{\alpha_d p_d}{P^2} + \frac{\beta_d}{p_d} \right) \exp\left[\alpha_d \left(1 - \frac{p_d}{P} \right) + \beta_d \left(\frac{P}{p_d} - 1 \right) \right] \quad (15)$$

$$\frac{\partial f_t}{\partial P} = \left(\frac{\alpha_t p_t}{P^2} + \frac{\beta_t}{p_t} \right) \exp\left[\alpha_t \left(1 - \frac{p_t}{P} \right) + \beta_t \left(\frac{P}{p_t} - 1 \right) \right] \quad (16)$$

3.4. Em relação a p_d

$$\frac{\partial UR}{\partial p_d} = 100\,\frac{f_d}{p_t f_t} = \frac{UR}{p_d} \quad (17)$$

3.5. Em relação a p_t

$$\frac{\partial UR}{\partial p_t} = -100\,\frac{p_d f_d}{p_t^2 f_t} = -\frac{UR}{p_t} \quad (18)$$

3.6. Em relação a f_d

$$\frac{\partial UR}{\partial f_d} = 100\,\frac{p_d}{p_t f_t} = \frac{UR}{f_d} \quad (19)$$

3.7. Em relação a f_t

$$\frac{\partial UR}{\partial f_t} = -100\frac{p_d\, f_d}{p_t\, f_t^2} = -\frac{UR}{f_t} \quad (20)$$

4. COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE PARA *UR* A PARTIR DE T_u (EQ. 7)

4.1. Em relação a T

$$\frac{\partial UR}{\partial T} = \frac{-100}{p_t\, f_t}\left[AP + \frac{p_u\, f_u}{p_t}\frac{dp_t}{dT} - \frac{AP(T - T_u)}{p_t}\frac{dp_t}{dT} + \frac{p_u\, f_u}{f_t}\frac{\partial f_t}{\partial T} - \frac{AP(T - T_u)}{f_t}\frac{\partial f_t}{\partial T}\right] \quad (21)$$

Onde, dp_t/dT e $\partial f_t/\partial T$ equivalem a (9) e (10).

4.2. Em relação a T_u

$$\frac{\partial UR}{\partial T_u} = \frac{100}{p_t\, f_t}\left[f_u\frac{dp_u}{dT_u} + p_u\frac{\partial f_u}{\partial T_u} - P(T - T_u)\frac{dA}{dT_u} + AP\right] \quad (22)$$

Onde,

- dp_u/dT_u equivale a (9), substituindo-se T por T_u;

- $\partial f_u/\partial T_u$ equivale a (10), porém com os cálculos realizados para T_u ao invés de T;

- $d\alpha_u/dT_u$ e $d\beta_u/dT_u$ equivalem, respectivamente, a (11) e (12), substituindo-se T por T_u;

- $dA/dT_u = 6{,}164\times10^{-7}$

4.3. Em relação a P

$$\frac{\partial UR}{\partial P} = \frac{-100}{p_t\, f_t}\left[-p_u\frac{\partial f_u}{\partial P} + A(T - T_u) + \frac{p_u\, f_u}{f_t}\frac{\partial f_t}{\partial P} - \frac{AP(T - T_u)}{f_t}\frac{\partial f_t}{\partial P}\right] \quad (23)$$

Onde,

- $\partial f_u/\partial P$ equivale a (15), porém com os cálculos realizados para T_u ao invés de T_d;

- $\partial f_t/\partial P$ equivale a (16).

4.4. Em relação a p_u

$$\frac{\partial UR}{\partial p_u} = 100\frac{f_u}{p_t\, f_t} \quad (24)$$

4.5. Em relação a p_t

$$\frac{\partial UR}{\partial p_t} = -100\frac{[p_u\, f_u - AP(T - T_u)]}{p_t^2\, f_t} = -\frac{UR}{p_t} \quad (25)$$

4.6. Em relação a f_u

$$\frac{\partial UR}{\partial f_u} = 100\frac{p_u}{p_t\, f_t} \quad (26)$$

4.7. Em relação a f_t

$$\frac{\partial UR}{\partial f_t} = -100\frac{[p_u\, f_u - AP(T - T_u)]}{p_t\, f_t^2} = -\frac{UR}{f_t} \quad (27)$$

5. CONCLUSÃO

Os coeficientes de sensibilidade foram derivados a partir das equações necessárias ao cálculo da umidade relativa, seja por meio da temperatura de ponto de orvalho ou da temperatura de bulbo úmido. A determinação de tais valores é essencial para que as fontes de incerteza sejam expressas na mesma unidade do mensurando, de modo que estas possam então ser combinadas para estimar a incerteza de medição.

6. REFERÊNCIAS

[1] Institute of Measurement and Control (IMC). *A Guide to the Measurement of Humidity*. ISBN 0904457249. 1996.

[2] Hardy, B. *ITS-90 Formulations for Vapor Pressure, Frostpoint Temperature, Dewpoint Temperature, and Enhancement Factors in the Range –100 to +100 C.* Papers and Abstracts from the 3rd International Symposium on Humidity and Moisture, Londres, 1998.

[3] British Standards Institution (BSI). *BS 1339-1: Humidity – Part 1: Terms, Definitions and Formulae*. Londres, 2002.