

Incertezas na medição com Pontes AC de Maxwell-Wien

Uncertainties in measurement with Maxwell-Wien AC Bridges

João Filipe Moresca Leite Bastos ¹, Luiz Felipe Kim Evaristo ², Vicente Machado Neto ³

^{1,2,3} Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Curitiba, Paraná, Brasil.

¹ joaomoresca@gmail.com; ² luizfke@gmail.com; ³ vmachado@utfpr.edu.br;

Resumo: Este artigo apresenta as incertezas envolvidas nas medições com uso da ponte AC de Maxwell-Wien na medição de indutâncias. O estudo apresenta os cálculos teóricos das incertezas de medições, levando-se em conta as tolerâncias dos componentes e compara os valores teóricos com uma série de medições práticas feitas com a ponte de Maxwell-Wien. Ao final do experimento foi possível avaliar a precisão e a exatidão da ponte, sua resposta aos diversos valores testados, e efetuar um balanço do comportamento deste circuito como alternativa viável na medição de componentes indutivos.

Palavras-chave: ponte AC, medição de indutância, resistência, reatância.

Abstract: This article presents the uncertainties involved in inductances measurements with AC bridge Maxwell-Wien. The study presents the theoretical calculations of measurement uncertainties, taking into account the tolerances of components and compares the theoretical values with a number of practical measurements made with Maxwell-Wien bridge. At the end of the experiment it was possible to assess the precision and the accuracy of the bridge, its response to the various tested values, and makes the balance of this circuit as a viable alternative in the inductive components measurement.

Keywords: AC bridge, inductance measurement, resistance, reactance.

1. INTRODUÇÃO

Os circuitos conhecidos como pontes são amplamente utilizados para a determinação de valores desconhecidos de componentes passivos como resistores, indutores e capacitores, as pontes podem ser DC e AC. Para a medição com os circuitos ponte normalmente a ponte deve estar em equilíbrio.

Para a experimentação realizada neste artigo, o circuito escolhido foi a Ponte AC de Maxwell-Wien, também conhecida como Ponte L/C de Maxwell. Esta ponte foi desenvolvida primeiramente por J. C. Maxwell para medições balísticas, sendo posteriormente adaptada por M. Wien para medir em corrente alternada [1].

A configuração da ponte AC escolhida é uma das mais conhecidas e utilizadas no meio da eletrônica para a determinação de indutâncias, através de uma associação de componentes derivada da ponte de Wheatstone. A ponte de Maxwell-Wien consiste em dois resistores conhecidos, um capacitor variável em paralelo com um resistor, também variável, assim como uma indutância em série com um resistor conhecido, como ilustrado na figura 1.

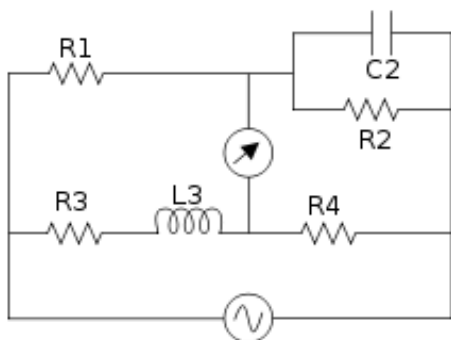


Figura 1 - Circuito representando a ponte Maxwell-Wien.

Pode-se determinar o valor da indutância tomando os valores de resistência e capacitância no momento em que a corrente no galvanômetro for nula, condições que compõem o chamado estado de equilíbrio da ponte. Nessas condições pode-se deduzir através de métodos de análise de circuitos as equações de equilíbrio.

Tem-se que, na condição de equilíbrio, a corrente no galvanômetro é nula, deste modo, os braços da ponte são proporcionais; R1 ao paralelo de XC2 e R2 na mesma proporção que a série R3 e XL3 a R4. De maneira semelhante à ponte de Wheatstone, uma condição necessária para que ocorra o equilíbrio é que os produtos das impedâncias em braços opostos sejam equivalentes, conforme mostra a equação (1).

$$Z_1 Z_4 = Z_3 Z_2 \quad (1)$$

Substituindo as impedâncias da ponte na equação (1) obtém-se a equação (2)

$$\frac{R_2(R_3 + j\omega L_3)}{1 + j\omega C_2 R_2} = R_1 R_4 \quad (2)$$

Pode-se finalmente chegar às equações de equilíbrio, separando as partes real e imaginária, conforme mostrado nas equações (3) e (4).

$$R_3 = \frac{R_1 R_4}{R_2} \quad (3)$$

$$L_3 = C_2 R_1 R_4 \quad (4)$$

A equação (04) fornece o valor da indutância, a partir dos valores de R1, R4 e C2. Neste artigo será utilizada essa equação para determinação dos valores das indutâncias.

2. METODOLOGIA

Utilizando procedimentos semelhantes aos de medições de resistências com a ponte de Wheatstone, simulou-se uma ponte AC de Maxwell-Wien utilizando um proto board para a montagem do circuito.

Escolheu-se os valores dos componentes: R2 = 10 kΩ, R3 = 10 kΩ e R4 = 10 kΩ, de modo a facilitar os cálculos. Segundo a equação (3), o valor da resistência R3 associada ao indutor depende dos valores das outras resistências, entretanto foi fixado em 10 kΩ; o valor de R1 é variável e determinado a partir dos valores de R2, R3 e R4, assim escolheu-se o valor do potenciômetro R1 a ser utilizado de 20 kΩ. O capacitor variável C2 foi substituído por um fixo de 10 pF. O gerador de funções foi ajustado para uma onda senoidal com 5 V pico a pico e frequências de: 50 kHz na medição de indutâncias de até 22 μH, 5 kHz na medição de indutâncias entre 47 μH e 100 μH e 500 Hz na medição de indutâncias acima de 100 μH, para que a potência reativa não fosse inferior a 1 VAR nem superior a 10 VAR [2].

Ao se colocar valores de indutâncias em L3, variando entre 10 μH e 1000 μH com oito valores conforme tabela 1, foi ajustado o potenciômetro em R1 de modo a fazer com que a corrente no amperímetro entre R1 e R4 fosse nula. Mediu-se então o valor da resistência do potenciômetro com o multímetro de digital de bancada [3], três vezes, e utilizou-se a equação (3) para se calcular o valor da indutância correspondente.

Teoricamente considerando-se apenas as tolerâncias dos componentes utilizados pode-se equacionar as incertezas envolvidas na determinação da indutância L_3 , conforme as equações 5 e 6, considerando-se grandezas estatisticamente independentes envolvidas em operações de multiplicação e divisão.

$$\left(\frac{u_{R1}}{R_1}\right)^2 = \left(\frac{u_{R2}}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{u_{R3}}{R_3}\right)^2 + \left(\frac{u_{R4}}{R_4}\right)^2 \quad (5)$$

$$\left(\frac{u_{L3}}{L_3}\right)^2 = \left(\frac{u_{C2}}{C_2}\right)^2 + \left(\frac{u_{R1}}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{R4}}{R_4}\right)^2 \dots \dots (6)$$

Substituindo as tolerâncias na forma padrão (divididas por 2) pelas incertezas, pode-se estimar as incertezas esperadas. Considerou-se 10% para as tolerâncias das resistências e 20% para a tolerância da capacitância. Utilizando-se as equações (7) e (8) chega-se a uma incerteza expandida de $(0,187 \times 100 \times 2) = 37,4\%$ nas medições das indutâncias [4].

$$\frac{u_{R1}}{R_1} = \sqrt{(0,05)^2 + (0,05)^2 + (0,05)^2} = 0,15 \quad (7)$$

$$\frac{u_{L3}}{L_3} = \sqrt{(0,1)^2 + (0,15)^2 + (0,05)^2} = 0,187 \quad (8)$$

3. RESULTADOS

Realizou-se as medições de R1, com 3 repetições, os valores de resistência do potenciômetro R1 estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores de resistência medidos.

N	Valor Teórico	Medição 1	Medição 2	Medição 3	Média
1	100 Ω	172 Ω	151 Ω	117 Ω	147 Ω
2	150 Ω	222 Ω	200 Ω	208 Ω	210 Ω
3	220 Ω	299 Ω	324 Ω	328 Ω	317 Ω
4	470 Ω	624 Ω	587 Ω	657 Ω	623 Ω
5	680 Ω	919 Ω	882 Ω	870 Ω	890 Ω
6	1000 Ω	1342 Ω	1283 Ω	1374 Ω	1333 Ω
7	4700 Ω	5814 Ω	5875 Ω	5881 Ω	5857 Ω
8	10 k Ω	12,14 k Ω	12,36 k Ω	12,07 k Ω	12,19 k Ω

Com os valores das resistências, utilizou-se a equação (04) de equilíbrio para se obter os respectivos valores de indutâncias, conforme mostrado na tabela 2, também com 3 repetições.

Tabela 2 – Valores de indutância, nominais e medidos.

N	Valor Nominal	Medição 1	Medição 2	Medição 3	Média
1	10 μH	17 μH	15 μH	12 μH	14,7 μH
2	15 μH	22 μH	20 μH	21 μH	21,0 μH
3	22 μH	30 μH	32 μH	33 μH	31,7 μH
4	47 μH	62 μH	59 μH	66 μH	62,3 μH
5	68 μH	92 μH	88 μH	87 μH	89,0 μH
6	100 μH	134 μH	128 μH	137 μH	133,0 μH
7	470 μH	581 μH	588 μH	588 μH	585,7 μH
8	1000 μH	1214 μH	1236 μH	1207 μH	1219,0 μH

A tabela 3 indica os erros percentuais das médias dos valores experimentais em relação ao nominal e contém o desvio padrão para cada valor nominal testado, podendo-se finalmente avaliar a precisão e a exatidão da ponte como instrumento de medição de indutâncias.

Tabela 3 – Comparação entre valores nominais e experimentais e erro percentual.

N	Valor Nominal	Média Experimental	Erro Percentual	Desvio Padrão
1	10 μH	14,7 μH	47,0%	2,5 μH
2	15 μH	21,0 μH	40,0%	1,0 μH
3	22 μH	31,7 μH	44,1%	1,5 μH
4	47 μH	62,3 μH	32,6%	3,5 μH
5	68 μH	89,0 μH	30,9%	2,7 μH
6	100 μH	133,0 μH	33,0%	4,6 μH
7	470 μH	585,7 μH	24,6%	4,0 μH
8	1000 μH	1219,0 μH	21,9%	15,1 μH

4. CONCLUSÕES

Observou-se que os erros encontrados nas medições das indutâncias são em grande parte devido às tolerâncias dos componentes utilizados, já que erro percentual encontrado nas medições indiretas variou de 21,9% até um máximo de 47,0%, contra uma tolerância especificada de 20% para indutância medida. A incerteza expandida considerando-se apenas as tolerâncias dos componentes, conforme a equação (08) chega a 37,4%.

Diversos fatores que não foram considerados nas equações (07) e (08) podem ter contribuído para incertezas maiores, tais como erros na zeragem do circuito ponte e capacitâncias e indutâncias parasitas presentes no sistema de medição.

Analisando os dados da tabela 3, observou-se que a diferença entre a média das medições e o valor nominal diminui com o aumento da indutância, possivelmente pela influência pouco significativa de capacitâncias e indutâncias parasitas envolvidas no processo de medição.

Em suma, a ponte de Maxwell-Wien se apresenta como alternativa para determinação de indutâncias caso os erros máximos desejados não sejam pequenos, é uma alternativa viável, de baixo custo para determinação de indutâncias em aplicações de cunho acadêmico, principalmente

Pode-se reduzir muito as incertezas com o uso de componentes de precisão (baixas

tolerâncias) ou mesmo padrões resistivos e capacitivos em laboratórios de metrologia, ao invés de considerar-se apenas os seus valores nominais com altas tolerâncias (10 e 20%), como se fez no experimento. A utilização de resistores de 1% de tolerância e capacitores de 5% de tolerância, resulta em incertezas expandidas de 3,7% na medição das indutâncias, o que é bastante aceitável em aplicações de precisão.

5. REFERÊNCIAS

- [1] B. L. Theraja, A. K. Theraja. "A Textbook of Electrical Technology". 1st ed. Vol. 1, pp 630-631. New Delhi, S Chand, 1999.
- [2] Thomas L. Zapf. "Calibration of Inductance Standards in the Maxwell-Wien Bridge Circuit", Journal of Research of the National Bureau of Standards – C. Engineering and Instrumentation. Vol. 65C no. 3, pp 183-188. Gaithersburg, 1961.
- [3] Dual Measurement Multimeter – GDM 8261. [internet] [Acesso em 26 de julho 2015] Disponível em: <http://www.testequity.com/documents/pdf/manuals/GDM-8261-m.pdf>
- [4] Albertazzi A, Sousa AR. Fundamentos de metrologia científica e industrial. Barueri, São Paulo: Manole, 2008.